

1. Jordan-Konventionen

Finden Sie die durch die Matrix S vermittelte Ähnlichkeitstransformation, die die Jordan-Matrizen der in der Vorlesung benutzten Konvention in die andere mögliche Konvention überführt:

$$\begin{pmatrix} 0 & & & & \\ 1 & 0 & & & \\ & 1 & 0 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & 0 \end{pmatrix} = S \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & & & \\ & 0 & 1 & & \\ & & 0 & \ddots & \\ & & & \ddots & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix} \cdot S^{-1}.$$

2. Cayley-Hamilton

Finden Sie das charakteristische Polynom für eine allgemeine Matrix $A \in M(2 \times 2; \mathbb{C})$ und überprüfen Sie die Aussage des Satzes von Cayley Hamilton!

3. Skalarprodukt und Orthogonalität

- a) Sei $\langle, \rangle$ das kanonische Skalarprodukt auf $\mathbb{R}^2$. Welche Vektoren bilden eine Orthonormalbasis?

$$\square \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \square \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \square \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}, \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ -1 \end{pmatrix}$$

Zeichnen Sie die Vektoren!

- b) Entscheiden Sie für jeden der folgenden Punkte, ob er innerhalb, außerhalb oder auf einer Kugel mit dem Radius 9 um den Ursprung liegt:

$$(-7, 4, -7), (1, 4, 8), (8, -4, 0), (3, -8, 3), (5, -7, 2).$$

4. Trigonalisierung

Betrachten Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

und finden Sie eine Ähnlichkeitstransformation S , so dass SAS^{-1} eine obere Dreiecksmatrix ist.