1. Abbildungen und Mengen

Seien A und B nichtleere Mengen und $f\colon A \to B$ eine Abbildung. Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche sind falsch?

a) Ist $B \subsetneq A$, dann kann f nicht bijektiv sein.

b) Sind A und B endliche Mengen gleicher Mächtigkeit und f injektiv, dann ist f auch bijektiv.

c) Ist $A = B$ und f injektiv, dann ist f auch bijektiv.

2. Symmetrische Gruppe S_3

Seien X, Y und Z Mengen, $f\colon X \to Y$, $g\colon Y \to Z$ Abbildungen und $X = \{1, 2, 3\}$.

a) Schreiben Sie alle Elemente der symmetrischen Gruppe $\mathrm{S}_3(X)$ auf (dies sind alle bijektiven Abbildungen, die Reihenfolgen der drei Elemente der Menge X aufeinander abbilden) und überprüfen Sie die Dimension $|\,\mathrm{S}_3\,|$ der Gruppe.

b) Unter welchen Voraussetzungen läßt sich neben der offensichtlichen Komposition $g \circ f$ die umgekehrte Komposition $f \circ g$ definieren? Zeigen Sie, dass die Gruppe nichtabelsch ist, indem Sie aus den Elementen von S_3 zwei Abbildungen wählen, für die $g \circ f \neq f \circ g$.

c) Finden Sie zwei nichttriviale Abbildungen f und g und dazugehörige Mengen X, Y und Z so dass $g \circ f = f \circ g$ gilt.

3. Gruppenverknüpfungen

Notieren Sie in der folgenden Tabelle für welche Zahlenmengen die jeweiligen Operationen Verknüpfungen sind (✓)! In welchen Fällen bildet die Zahlenmenge zusammen mit der Verknüpfung eine Gruppe (✓✓)?

G / $a * b$	Name der Operation	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}^*$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}^+$	$\mathbb{R}_0^+$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{C}$	$= b*a$
$a + b$	Addition									
$a - b$	Subtraktion									
$a \cdot b$	Multiplikation									
$\frac{a}{b}$	Division									
$\frac{a+b}{2}$	arithmetisches Mittel									
$\sqrt{a \cdot b}$	geometrisches Mittel									