1. Lineare Unabhängigkeit

a) Wenn die Vektoren $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^n$ linear unabhängig sind, dann sind

- ☐ v_1, v_2 linear abhängig
- ☐ v_1, v_2 linear unabhängig
- ☐ v_1, v_2, v_3, v_4 linear unabhängig für jeden Vektor v_4

b) Wenn die Vektoren $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^n$ linear abhängig sind, dann gilt immer

- ☐ v_1, v_2 sind linear abhängig
- ☐ v_1, v_2 sind linear unabhängig
- ☐ v_1, v_2, v_3, v_4 sind linear abhängig für jeden Vektor v_4

2. Vektorräume

a) Sei $(V, +, \cdot)$ ein reeller Vektorraum. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- ☐ $\{x + y \,|\, x \in V, y \in V\} = V$
- ☐ $\{x + y \,|\, x \in V, y \in V\} = V \times V$
- ☐ $\{\lambda \cdot v \,|\, \lambda \in \mathbb{R}, v \in V\} = \mathbb{R} \times V$

b) Welche der folgenden Teilmengen U des $\mathbb{R}^2$ ist ein Untervektorraum?

- ☐ $U = \{x \in \mathbb{R}^2 \,|\, x_1 = x_2\}$
- ☐ $U = \{x \in \mathbb{R}^2 \,|\, |x_1| = |x_2|\}$
- ☐ $U = \{x \in \mathbb{R}^2 \,|\, x_1 = 1\}$

c) Sei $U \subset V$ ein Untervektorraum eines Vektorraumes V. Dann gilt

- ☐ $u_1,\, u_2 \notin U \Rightarrow u_1 + u_2 \notin U$
- ☐ $u_1,\, u_2 \notin U \Rightarrow u_1 + u_2 \in U$
- ☐ $u_1 \notin U,\, u_2 \in U \Rightarrow u_1 + u_2 \notin U$

3. Spann

Seien $v_1 = (1, 0, 0, 0)$, $v_2 = (0, 1, 0, 0)$, $v_3 = (0, 0, 1, 0)$ und $v_4 = (1, 1, 1, 1)$. Sind dann

$$\mathrm{span}_{\mathbb{R}}(v_1, v_2, v_3), \quad \mathrm{span}_{\mathbb{R}}(v_1, v_2, v_4) \quad \text{und} \quad \mathrm{span}_{\mathbb{R}}(v_1, v_2, v_3, v_4)$$

Untervektorräume des $\mathbb{R}^4$? Wenn ja, welcher Dimension?