

1. Determinanten

a) Es gilt: $\det(\lambda \cdot E_n) =$

☐ 1

☐ λ

☐ λ^n

b) Für zwei Matrizen $A, B \in M(n \times n; \mathbb{C})$ gilt immer:

☐ $\det(A + B) = \det A + \det B$

☐ $\det(AB) = \det A \det B$

☐ $\det \overline{A} = \overline{\det A}$, wobei die obere Linie die komplexe Konjugation bezeichnet.

c) Welche der folgenden Matrizen hat die Determinante 1?

☐ $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} i \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & -i \cos \alpha \end{pmatrix}$

d) Sei $A \in M(n \times n; \mathbb{R})$, $A \neq E_n$, mit $A^2 = A$. Dann ist

☐ $\det A = 0$

☐ $\det A = 1$

☐ $|\det A| = 1$.

e) Sei $A \in M(n \times n; \mathbb{R})$ mit $A^2 = 0$. Dann ist

☐ $\det A = 0$

☐ $\det A = 1$

☐ $|\det A| = 1$.

2. Sarrussche Regel

Berechnen Sie explizit die Determinante einer allgemeinen (3×3) -Matrix mit Hilfe der Leibniz-Formel

$$\det A = \sum_{\sigma \in S_n} \operatorname{sgn}(\sigma) a_{1\sigma(1)} \cdots a_{n\sigma(n)}.$$

Können Sie hieraus das geometrisches Muster zur Berechnung der Determinanten von 3×3 -Matrizen nach der Regel von Sarrus erkennen?

3. Determinanten

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden drei Matrizen! Sind hierzu wirklich drei separate Rechnungen erforderlich?

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ -4 & 7 & -1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -4 & 7 & -1 \\ 2 & 8 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 7 & -2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & 8 & 12 \end{pmatrix}$$

4. Transpositionen

Sei τ_{ij} die Transposition der Elemente i und j . Dann kann die Permutation

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

durch

☐ $\tau_{34} \circ \tau_{34} \circ \tau_{14}$

☐ $\tau_{14} \circ \tau_{13} \circ \tau_{12}$

☐ $\tau_{23} \circ \tau_{13} \circ \tau_{24}$

dargestellt werden.