## 1. Untervektorräume

**a)** Würde man $U_1 - U_2 := \{u_1 - u_2 \,|\, u_1 \in U_1,\ u_2 \in U_2\}$ für Untervektorräume $U_1$, $U_2$ definieren, so würde immer gelten

☐ $U_1 - U_1 = \varnothing$ ☐ $(U_1 - U_2) + U_2 = U_1$ ☐ $U_1 - U_2 = U_1 + U_2$

**b)** Für Untervektorräume $U_1, U_2, U_3$ eines reellen Vektorraumes $V$ und $U_i + U_j := \{u_i + u_j \,|\, u_i \in U_i,\ u_j \in U_j\}$ gilt stets

☐ $(U_1 + U_2) + U_3 = U_1 + (U_2 + U_3)$ ☐ $U_1 + V = U_1$ ☐ $U_1 + \{0\} = U_1$

**c)** Seien $G_1, G_2, G_3$ paarweise verschiedene Geraden durch 0 im $\mathbb{R}^2$. Dann gilt mit der Addition aus der vorherigen Teilaufgabe

☐ $G_1 + G_2 = \mathbb{R}^2$
☐ $G_1 \cap (G_2 + G_3) = (G_1 \cap G_2) + (G_1 \cap G_3)$
☐ $G_1 + (G_2 \cap G_3) = (G_1 + G_2) \cap (G_1 + G_3)$

## 2. Lineare Abbildung, Dimension und Rang

**a)** Sei $F\colon V \to V$ eine lineare Abbildung auf einem endlichdimensionalen reellen Vektorraum $V$ mit $\operatorname{rang} F = \dim V$. Daraus folgt: $F$ ist
☐ injektiv ☐ surjektiv ☐ bijektiv

**b)** Seien $V, W$ zwei reelle endlichdimensionale Vektorräume. Sei $F\colon V \to W$ eine surjektive lineare Abbildung. Dann gilt:
☐ $\dim V = \dim W$ ☐ $\dim V \leq \dim W$ ☐ $\dim V \geq \dim W$

**c)** Die lineare Abbildung $F\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit

$$F\colon \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ x_2 - x_1 \end{pmatrix}$$

kann in der Form $F(x) = A\,x$ mit der folgenden $2 \times 2$-Matrix geschrieben werden:
☐ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ☐ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ☐ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

**d)** Gegeben seien die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?
☐ $B^2 = E_2$ ☐ $B^2 = B$ ☐ $A^2 = E_2$ und $BA = B$.

**e)** Sei $V$ ein reeller Vektorraum mit Dimension $\dim V = n$. Dann gilt

☐ $m \leq n$ Vektoren sind immer linear unabhängig
☐ $m > n$ Vektoren sind immer linear abhängig
☐ jede linear unabhängige Familie von $n$ Vektoren ist eine Basis von $V$.

**f)** Der Vektorraum $V = \{\vec{0}\}$, der nur aus dem Nullvektor besteht,
☐ hat die Basis $(0)$ ☐ hat die Basis $\varnothing$ ☐ hat keine Basis