

1. Dimension und Kern

Sei $F: V \rightarrow W$ eine injektive lineare Abbildung. Dann gilt immer:

- $\text{Ker } F = \{\vec{0}\}$ $F^{-1}(\{\vec{0}\}) = \{\vec{0}\}$ $\dim V = \dim W$

2. Affine Räume

- a) Der Durchschnitt zweier zweidimensionaler affiner Unterräume eines dreidimensionalen Vektorraumes V
- ist ein Untervektorraum von V
 - ist ein affiner Unterraum von V
 - ein affiner Unterraum der Dimension 1.
- b) Zwei affine Unterräume $W_1 = v_1 + U_1$ und $W_2 = v_2 + U_2$ zu Untervektorräumen U_1 , und U_2 sind gleich, wenn
- $U_1 = U_2$ und $v_1 - v_2 \in U_1$
 - $v_1 \in U_2$ und $v_2 \in U_1$
 - $v_1 \notin U_1$ und $v_2 \notin U_2$.
- c) Gegeben seien vier unterschiedliche Punkte eines affinen Unterraumes des \mathbb{R}^5 . Welche Dimensionen kann der affine Unterraum haben?

3. Projektion

Sei $P: V \rightarrow V$ eine lineare Abbildung mit $P \circ P = P$. Dann gilt für $Q = \text{id}_V - P$

- $Q \circ P = 0$ $Q \circ P = \text{id}_V$ $Q \circ Q = Q$

4. Affiner Unterraum

Sei $A \in M(m \times n; \mathbb{R})$ eine Matrix mit $\dim(\text{Ker } A) = 1$. Dann ist der Lösungsraum von $Ax = b$

- ein Untervektorraum der Dimension 1
- ein affiner Unterraum der Dimension 1 oder leer
- ein affiner Unterraum der Dimension $n - 1$ oder leer.